Décomposition de la croissance

Malte Thie

Nous considérons ici la fonction de production suivante :

$$Y = K^{1-\alpha}(AN)^{\alpha}. \tag{1}$$

Nous pouvons définir le taux de croissance du PIB (Y) comme la variation du PIB d'une année à l'autre divisée par le niveau initial. Nous obtenons donc pour le taux de croissance l'équation suivante :

$$g_Y = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}}. \tag{2}$$

Pour décomposer le taux de croissance g_Y, considérez que dans notre fonction de production donnée par l'équation (1), Y dépend de trois variables: le capital K, le travail N et le niveau technologique A. Cela implique que l'augmentation de Y peut être dû à une augmentation de K, de N et/ou de A. La réponse du *output* Y à un mouvement d'un des facteurs est donné par la dérivée partielle d'ordre 1 par rapport à ce facteur ($\frac{\partial Y}{\partial X}$) :

$$\begin{aligned}
&\text{(I)} & F'_{K_{t-1}} &= \frac{\partial Y}{\partial K} = (1-\alpha)K^{-\alpha}(AN)^{\alpha} = (1-\alpha)\frac{K^{1-\alpha}}{K}(AN)^{\alpha} \\
& & &= (1-\alpha)\frac{Y}{K} \\
&\text{(II)} & F'_{N_{t-1}} &= \frac{\partial Y}{\partial N} = \alpha\frac{Y}{N} \\
&\text{(III)} & F'_{A_{t-1}} &= \frac{\partial Y}{\partial A} = \alpha\frac{Y}{A}
\end{aligned}$$

Écrivons ensuite le changement de la production Y en fonction des changements des différentes composantes :

$$\Delta Y_t = F'_{K_{t-1}}\Delta K_t + F'_{N_{t-1}}\Delta N_t + F'_{A_{t-1}}\Delta A_t, \tag{3}$$

où nous pouvons ensuite insérer les dérivées partielles d'ordre 1 pour obtenir :

$$\begin{aligned}
& & \Delta Y_t &= (1-\alpha)\frac{\Delta K_t}{K_{t-1}}Y_{t-1} + \alpha\frac{\Delta N_t}{N_{t-1}}Y_{t-1} + \alpha\frac{\Delta A_t}{A_{t-1}}Y_{t-1} \\
&\Rightarrow & \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}} &= (1-\alpha)\frac{\Delta K_t}{K_{t-1}} + \alpha\frac{\Delta N_t}{N_{t-1}} + \alpha\frac{\Delta A_t}{A_{t-1}} \\
&\Rightarrow & g_Y &= (1-\alpha)g_K + \alpha g_N + \alpha g_A. && (4)
\end{aligned}$$

Ensuite, nous utilisons l'hypothèse de la **rémunération marginale des facteurs**, qui est implicite dans le modèle de Solow (cela implique également qu'il y a une **concurrence parfaite** dans l'économie, ce qui est une hypothèse très forte). Cette hypothèse postule que chaque facteur est rémunéré en fonction de sa contribution à la croissance de Y. L'avantage d'utiliser cette approche est que nous pouvons observer la rémunération des facteurs dans l'économie : nous connaissons le salaire moyen w (rémunération du facteur travail) et le taux d'intérêt r (rémunération du facteur capital). Le fait de pouvoir quantifier ces valeurs est essentiel pour l'estimation du résidu de Solow et donc du progrès technique. Les rémunérations marginales des facteurs travail et capital sont définies comme :

$$\begin{aligned} &\text{Travail} && w = F'_N = \alpha \frac{Y}{N} \\ &\text{Capital} && r = F'_K = \alpha \frac{Y}{K} \end{aligned}$$

ce qui peut être transformé pour obtenir des mesures pour α et $1 - \alpha$:

$$\begin{aligned} \alpha &= w \frac{N}{Y} \\ 1 - \alpha &= r \frac{K}{Y} \end{aligned}$$

Enfin, nous pouvons utiliser ces mesures pour α et $1 - \alpha$ et les insérer dans l'équation (4), ce qui nous permet d'obtenir le résidu de Solow (le progrès technique) :

$$g_Y = r \frac{K}{Y} g_K + w \frac{N}{Y} g_N + \alpha g_A$$

$$\alpha g_A = RS = g_Y - r \frac{K}{Y} g_K - w \frac{N}{Y} g_N \tag{5}$$